Problème de la boîte en papier

On fabrique une boîte sans couvercle avec un rectangle en carton (40 cm x 50 cm) de la façon suivante : on découpe et ôte des carrés de côté x dans chaque coin. On plie et on colle le reste ensemble afin de former une boîte. Trouvez la valeur de x pour obtenir le volume maximal de la boîte.

Nous tenterons de résoudre le problème de trois manières : en utilisant le tableur, de manière graphique, et analytique (sans dérivé), en se servant de GeoGebra comme outil.

1. **Visualisation du problème**
   L'application Java montre le carton et le curseur en position initiale. En déplaçant le curseur, on voit la boîte changer de forme. On essaie de deviner la valeur de x où le volume est maximal, et le volume maximal de la boîte.

2. **Tableur**
   Le curseur est en position initiale, le point Vol (x, y) à l'origine. En déplaçant le curseur, le point Vol(x,y) se déplace dans le système de coordonnées, ses coordonnées s'inscrivant alors dans le tableau. A partir du tableau, on peut lire la valeur de x et V(x) maximal (les valeurs sont approchées). Il sera intéressant de comparer le résultat obtenu avec l'estimation trouvée en section 1. (Beaucoup d'étudiants ont des difficultés à donner des estimations de résultats).

3. **Graphique**
   Le graphique peut être obtenu de deux manières : directement en bougeant le curseur (dans ce cas, le tableur doit être désactivé), ou en traçant les points correspondants au tableau (comme on fait généralement en classe). C'est en lisant les coordonnées du point le plus haut que nous obtenons x et V(x) maximal.

4. **Solution (en partie) analytique**
   V(x) peut être exprimé comme polynôme du troisième degré. En écrivant son équation dans la barre de saisie de GeoGebra , le graphique apparaît. Si l'équation est correcte, les points de la section 3 seront placés sur le graphique. En utilisant la commande Extremum, les coordonnées des deux extrêma apparaitront algébriquement dans une fenêtre.

Discussion :

- Pourquoi le graphique de section 3 est-il différent de celui de section 4 ?
- Qu'en est-il du minimum ? Essayez de trouver d'autres problèmes similaires.
- Les résultats de section 2, 3 et 4 sont-ils identiques ? Si non, quel est le plus précis ? Comment améliorer la précision du résultat ?

On peut aussi bien sûr utiliser la notion de dérivée pour peu que les élèves l'aient vu en cours.